



Asset/Liability Management (ALM):
application aux caisses de pensions

"Congruence Actifs-Passifs"
ou également
"Gestion Actifs-Passifs"



Programme

- Introduction
- Etude ALM
 - Cash-flow matching, dédication
 - Immunisation
- Modélisation dynamique
 - Modèle déterministe
 - Modèle stochastique



Evolution de l'OPP2

- Limites abolies au 1/4/2000
- Nécessite un règlement de placement
- Risques accrus = Contrôle de solvabilité à long terme
- Responsabilisation accrue des gérants de caisses de pensions




Risques des obligations

- Risque de signature, de défaut, de remboursement anticipé
- Risque de réinvestissement
- Risque de prix

Exemple

- Financement de 100
- Versement de 148 dans 10 ans
- Taux technique 4%



Durée de vie de l'investissement = durée de vie de l'engagement

► Risque de réinvestissement des coupons


Prix obligation	100		
Durée	10 ans		
Taux nominal	4.00%		
Coupons	40		
Nouveau taux	Revenu du réinvestissement	Valeur finale	Rendement total
2.00%	3.80	143.80	3.70%
2.50%	4.81	144.81	3.77%
3.00%	5.86	145.86	3.85%
3.50%	6.93	146.93	3.92%
4.00%	8.02	148.02	4.00%
4.50%	9.15	149.15	4.08%
5.00%	10.31	150.31	4.16%
5.50%	11.50	151.50	4.24%
6.00%	12.72	152.72	4.33%

Durée de vie de l'investissement > durée de vie de l'engagement

- Risque de réinvestissement des coupons
- Risque de prix sur l'obligation

Prix obligation	100			
Durée	15 ans			
Taux nominal	4.00%			
Coupons	40			
Nouveau taux	Revenu du réinvestissement	Prix de l'obligation	Valeur finale	Rendement total
2.00%	3.80	109.43	153.23	4.36%
2.50%	4.81	106.97	151.78	4.26%
3.00%	5.86	104.58	150.44	4.17%
3.50%	6.93	102.26	149.18	4.08%
4.00%	8.02	100.00	148.02	4.00%
4.50%	9.15	97.81	146.96	3.92%
5.00%	10.31	95.67	145.98	3.86%
5.50%	11.50	93.59	145.10	3.79%
6.00%	12.72	91.58	144.30	3.74%

Nouveau taux	Variation du revenu du réinvestissement	Variation du prix de l'obligation	Variation totale
2.00%	-4.23	9.43	5.20
2.50%	-3.21	6.97	3.76
3.00%	-2.17	4.58	2.41
3.50%	-1.10	2.26	1.16
4.00%	0.00	0.00	0.00
4.50%	1.13	-2.19	-1.07
5.00%	2.29	-4.33	-2.04
5.50%	3.48	-6.41	-2.93
6.00%	4.70	-8.42	-3.73



Durée de vie de l'investissement < durée de vie de l'engagement

- Risque de réinvestissement des coupons
- Risque de prix sur l'obligation

Prix obligation	100		
Durée	5 ans		
Taux nominal	4.00%		
Coupons	20		
Nouveau taux	Revenu du réinvestissement	Valeur finale	Rendement total
2.00%	0.82	133.39	2.92%
2.50%	1.03	136.93	3.19%
3.00%	1.24	140.55	3.46%
3.50%	1.45	144.24	3.73%
4.00%	1.67	148.02	4.00%
4.50%	1.88	151.89	4.27%
5.00%	2.10	155.84	4.54%
5.50%	2.32	159.87	4.80%
6.00%	2.55	164.00	5.07%



Cash-flows futurs

R Rente versée annuellement

j Taux d'indexation des rentes, $j = 1\%$ dans notre exemple

t Année d'évaluation

t_0 Année de début, dans notre exemple $t_0 = 2000$

CF_t Cash-flow de l'engagement à l'année t

VA_t Valeur actualisée du cash-flow de l'engagement à l'année t , en faisant la somme pour toutes les années, nous obtenons la réserve mathématique indexée

$$n = t - t_0$$

$$CF_t = {}_n p_x \cdot R \cdot (1 + j)^n$$

$$VA_t = \frac{CF_t}{(1 + i_t)^n}$$



Caisse illustrative

No	Sexe	Date de naissance	Rente mensuelle	Rente annuelle	Réserve indexée
1	h	15/07/1919	3'600	43'200	277'886
2	f	12/04/1932	5'400	64'800	920'469
3	f	16/05/1935	4'600	55'200	861'634
4	h	10/02/1929	6'700	80'400	837'547
5	f	27/10/1931	4'250	51'000	699'314
6	h	22/12/1926	3'800	45'600	416'927
7	h	17/06/1925	5'200	62'400	544'510
8	h	07/01/1922	5'800	69'600	523'716
9	f	05/11/1911	4'300	51'600	254'637
10	f	18/02/1918	4'500	54'000	403'805
					<u>5'740'445</u>

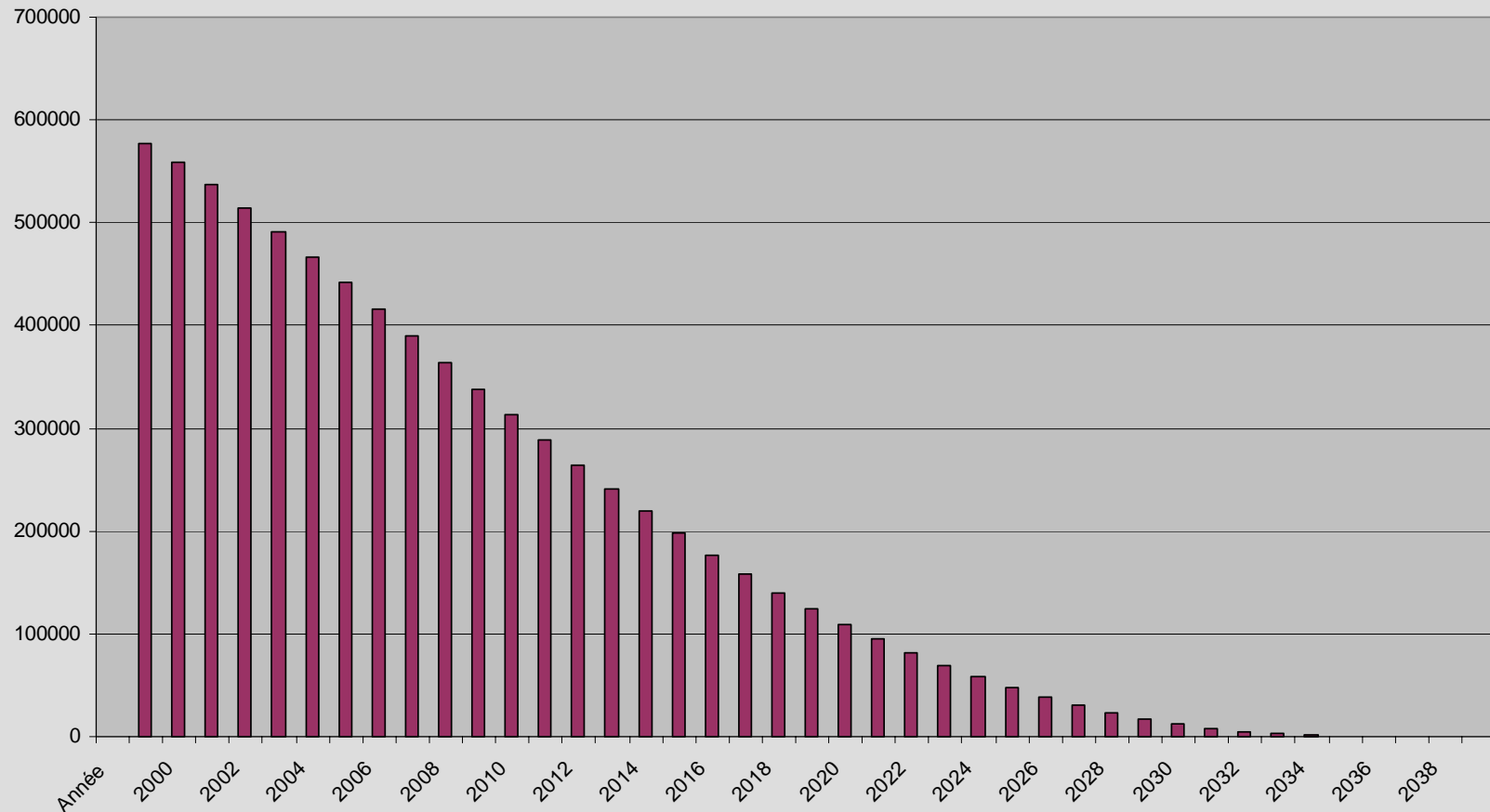
Cash-flows probables par échéance

Année	n	v ⁿ	CF _t	Taux zéro		
				VA _{t4%}	coupon	VA _{t0} _{coupon}
2000	0	1.00000	577'800	577'800	-	577'800
2001	1	0.96154	558'029	536'566	2.80%	542'830
2002	2	0.92456	536'986	496'474	3.00%	506'161
2003	3	0.88900	514'749	457'610	3.20%	468'335
2004	4	0.85480	491'415	420'064	3.40%	429'899
2005	5	0.82193	467'115	383'934	3.60%	391'404
2006	6	0.79031	442'020	349'335	3.80%	353'393
2007	7	0.75992	416'345	316'388	4.00%	316'388
2008	8	0.73069	390'343	285'220	4.20%	280'870
2009	9	0.70259	364'284	255'941	4.40%	247'250
2010	10	0.67556	338'437	228'636	4.60%	215'854
2011	11	0.64958	313'042	203'346	4.90%	184'957
2012	12	0.62460	288'285	180'062	5.00%	160'528
2013	13	0.60057	264'288	158'725	5.00%	140'158
2014	14	0.57748	241'124	139'243	5.00%	121'784
2015	15	0.55526	218'815	121'500	5.00%	105'254
2016	16	0.53391	197'521	105'458	5.00%	90'486
2017	17	0.51337	177'262	91'002	5.00%	77'339
2018	18	0.49363	158'184	78'084	5.00%	65'729
2019	19	0.47464	140'371	66'626	5.00%	55'549
2020	20	0.45639	123'842	56'520	5.00%	46'675

Année	n	v ⁿ	CF _t	Taux zéro		
				VA _{t4%}	coupon	VA _{t0} _{coupon}
2021	21	0.43883	108'556	47'638	5.00%	38'965
2022	22	0.42196	94'413	39'838	5.00%	32'275
2023	23	0.40573	81'379	33'017	5.00%	26'495
2024	24	0.39012	69'332	27'048	5.00%	21'498
2025	25	0.37512	58'250	21'851	5.00%	17'201
2026	26	0.36069	48'111	17'353	5.00%	13'531
2027	27	0.34682	38'910	13'495	5.00%	10'422
2028	28	0.33348	30'664	10'226	5.00%	7'822
2029	29	0.32065	23'411	7'507	5.00%	5'688
2030	30	0.30832	17'198	5'302	5.00%	3'979
2031	31	0.29646	12'064	3'577	5.00%	2'658
2032	32	0.28506	8'015	2'285	5.00%	1'682
2033	33	0.27409	4'999	1'370	5.00%	999
2034	34	0.26355	2'895	763	5.00%	551
2035	35	0.25342	1'519	385	5.00%	275
2036	36	0.24367	703	171	5.00%	121
2037	37	0.23430	286	67	5.00%	47
2038	38	0.22529	86	19	5.00%	14
2039	39	0.21662	0	0	5.00%	0
2040	40	0.20829	0	0	5.00%	0
				5'740'445		5'562'865

Cash-flows probables des engagements

Cash-flow des engagements





Algorithme de dédication

N	Nombre d'obligations utilisées dans le portefeuille
L_k	Engagements de l'année k
CF_k	Cash-flow de la $k^{\text{ème}}$ obligation à l'année k
C_k	Cumul des coupons des échéances postérieures à soustraire
A_k	Quantité de la $k^{\text{ème}}$ obligation à acheter
I_k	Coupon versé par la $k^{\text{ème}}$ obligation
Q_k	Poids de la $k^{\text{ème}}$ obligation dans le portefeuille

$$\begin{cases} C_k = 0 & , \quad k = N \\ C_k = I_{k+1} \cdot A_{k+1} + C_{k+1} & , \quad k = N-1, N-2, N-3, \dots, 3, 2, 1 \end{cases}$$

$$A_k = \frac{L_k - C_k}{CF_k}$$

$$Q_k = \frac{A_k}{\sum_{i=1}^N A_i} \quad , \quad \sum_{i=1}^N Q_k = 1$$

Dédication

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nominal		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Remboursement		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Taux facial		2.8%	3.0%	3.2%	3.4%	3.6%	3.8%	4.0%	4.2%	4.4%	4.6%	4.9%	5.0%	5.0%	5.0%	5.0%

CF_k	102.80	103.00	103.20	103.40	103.60	103.80	104.00	104.20	104.40	104.60	104.90	105.00	105.00	105.00	105.00
C_k	165.99	154.87	143.35	131.51	119.43	107.17	94.81	82.40	69.99	57.64	45.13	32.97	21.41	10.42	0.00
L_k	558.0	537.0	514.7	491.4	467.1	442.0	416.3	390.3	364.3	338.4	313.0	288.3	264.3	241.1	218.8
A_k	3.8136	3.7099	3.5988	3.4807	3.3560	3.2259	3.0917	2.9554	2.8189	2.6844	2.5540	2.4316	2.3132	2.1972	2.0839
Q_k	8.6%	8.4%	8.1%	7.9%	7.6%	7.3%	7.0%	6.7%	6.4%	6.1%	5.8%	5.5%	5.2%	5.0%	4.7%

2000	Prix	-381.4	-371.0	-359.9	-348.1	-335.6	-322.6	-309.2	-295.5	-281.9	-268.4	-255.4	-243.2	-231.3	-219.7	-208.4	-4431.5
2001	1	392.0	11.1	11.5	11.8	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	558.0
2002	2		382.1	11.5	11.8	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	537.0
2003	3			371.4	11.8	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	514.7
2004	4				359.9	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	491.4
2005	5					347.7	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	467.1
2006	6						334.8	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	442.0
2007	7							321.5	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	416.3
2008	8								307.9	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	390.3
2009	9									294.3	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	364.3
2010	10										280.8	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	338.4
2011	11											267.9	12.2	11.6	11.0	10.4	313.0
2012	12												255.3	11.6	11.0	10.4	288.3
2013	13													242.9	11.0	10.4	264.3
2014	14														230.7	10.4	241.1
2015	15															218.8	218.8

TRI 4.39%

Dédication

k	9	10	11	12	13	14	15	
	364.3	338.4	313.0	288.3	264.3	241.1	218.8	
	6.4%	6.1%	5.8%	5.5%	5.2%	5.0%	4.7%	
	-281.9	-268.4	-255.4	-243.2	-231.3	-219.7	-208.4	-4431.5
2009	294.3	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	364.3
2010		280.8	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	338.4
2011			267.9	12.2	11.6	11.0	10.4	313.0
2012				255.3	11.6	11.0	10.4	288.3
2013					242.9	11.0	10.4	264.3
2014						230.7	10.4	241.1
2015							218.8	218.8
							TRI	4.39%



Limites du cash-flow matching

- Manque d'obligations pour les longues durées
- Les cash-flows sont probables et non pas certains
- Ne permet pas de prévoir des stratégies combinant des actions, car les flux générés ne sont pas certains

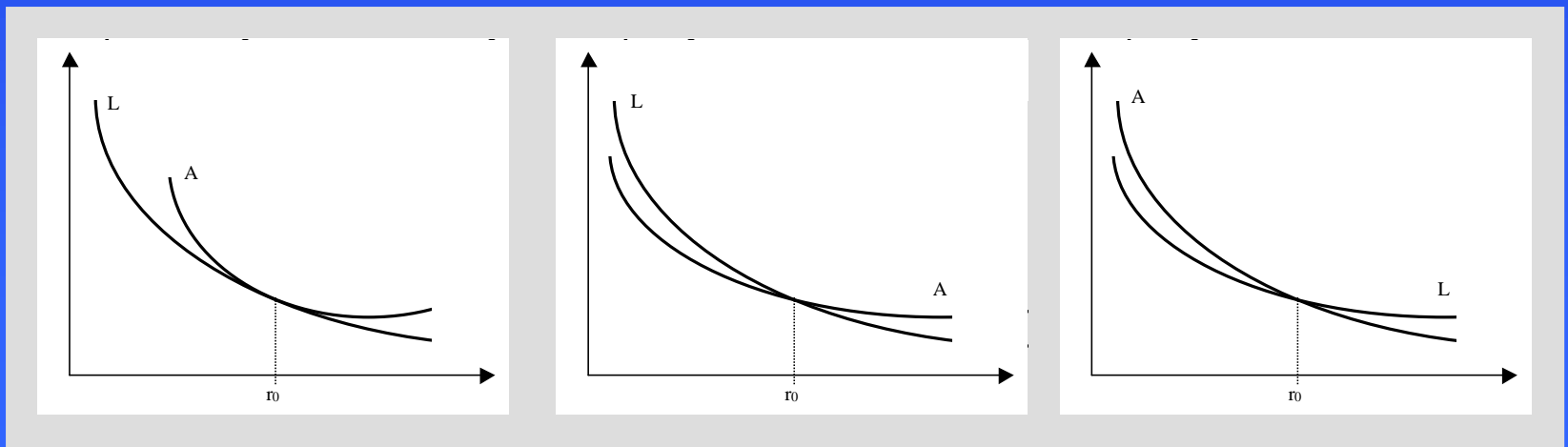


Immunitisation - hypothèses

- La structure des taux se déplace parallèlement à elle-même
- Les déplacements de la structure des taux sont parfaitement corrélés
- Les cash-flows des actifs et des engagements sont certains

Immunitisation - conditions

- $VA \text{ actifs} = VA \text{ passifs}$
 - $\text{Duration actifs} = \text{duration passifs}$
 - $\text{Convexité actifs} > \text{convexité passifs}$
- ↳ Le portefeuille est dit immunisé s'il remplit ces conditions



Exemple d'immunisation

i 6%

t	Passif			Actif					
	CF	VA	VA * t	Obligation 1			Obligation 2		
	CF	VA	VA * t	CF	VA	VA * t	CF	VA	VA * t
1	100.00	94.34	94.34	100.00	94.34	94.34	8.00	7.55	7.55
2	100.00	89.00	178.00				8.00	7.12	14.24
3	100.00	83.96	251.89				8.00	6.72	20.15
4	100.00	79.21	316.84				8.00	6.34	25.35
5	100.00	74.73	373.63				108.00	80.70	403.52
		<u>421.24</u>	<u>1214.69</u>		<u>94.34</u>	<u>94.34</u>		<u>108.42</u>	<u>470.80</u>

i	w _i	Montant à investir
1	43.6%	183.83
2	56.4%	237.40
		<u>421.24</u>

Prix	Nombre
94.34	1.95
108.42	2.19

Durations 2.88 1.00 4.34
 Composition du portefeuille pour immuniser le passif 43.6% 56.4%

	Taux d'intérêts										
	2%	3%	4%	5%	5.5%	6%	6.5%	7%	8%	9%	10%
Passif	471.35	457.97	445.18	432.95	427.03	421.24	415.57	410.02	399.27	388.97	379.08
Obligation 1	98.04	97.09	96.15	95.24	94.79	94.34	93.90	93.46	92.59	91.74	90.91
Obligation 2	128.28	122.90	117.81	112.99	110.68	108.42	106.23	104.10	100.00	96.11	92.42
Actif	471.92	458.28	445.32	432.98	427.04	421.24	415.58	410.05	399.39	389.21	379.50
Différence	0.5757	0.3114	0.1332	0.0320	0.0079	0.0000	0.0076	0.0297	0.1145	0.2485	0.4260



Limites du modèle de Redington

- ▶ Taux à court terme sont plus volatiles que les taux à long terme \neq déplacement parallèle
- ▶ Corrélation entre les taux à long terme et les taux à court terme est également imparfaite
- ▶ Valable que pour un court moment
 Δ taux ou Δ temps feront changer les durations
 \Rightarrow ajustements réguliers nécessaires



Modèles dynamiques

- Hypothèses démographiques
 - les probabilités de décès,
 - les probabilités de quitter la caisse de pensions,
 - le taux de rotation du personnel,
 - le taux de croissance du personnel ...
- Hypothèses économiques
 - les rendements attendus des investissements,
 - la loi des rémunérations,
 - l'inflation ...
- Qualité des hypothèses très importante!



Modèle déterministe

- Modèles déterministes
 - vérifier que le rendement des placements et les cotisations seront suffisants,
 - vérifier que le degré de couverture est suffisant,
 - vérifier que les liquidités permettent de couvrir les besoins de fonds
- Scénarios
- Plusieurs hypothèses sur les paramètres = plusieurs projections



Modèle déterministe

- Projection du passif
 - départ à la retraite avec choix de la rente
 - départ à la retraite avec choix du capital (complément du point précédent)
 - démission d'un actif
 - décès d'un actif
 - invalidité d'un actif
 - décès d'un rentier
 - renouvellement du personnel
 - croissance ou décroissance attendue du personnel de l'entreprise
 - croissance des salaires, générale et individuelle (mérite ou avancement)
 - croissance des rentes



Modèle déterministe

- Projection de l'actif (frontière efficiente)
 - Liquidités
 - Obligations en francs suisses
 - Obligations en monnaies étrangères
 - Actions suisses
 - Actions étrangères
 - Immobilier
- Influences sur l'actif
 - paiement des rentes
 - paiement des prestations de sorties (retraite ou démission)
 - encaissement des cotisations
 - encaissement des rendements (coupons, dividendes, etc.)



Limites du modèle déterministe

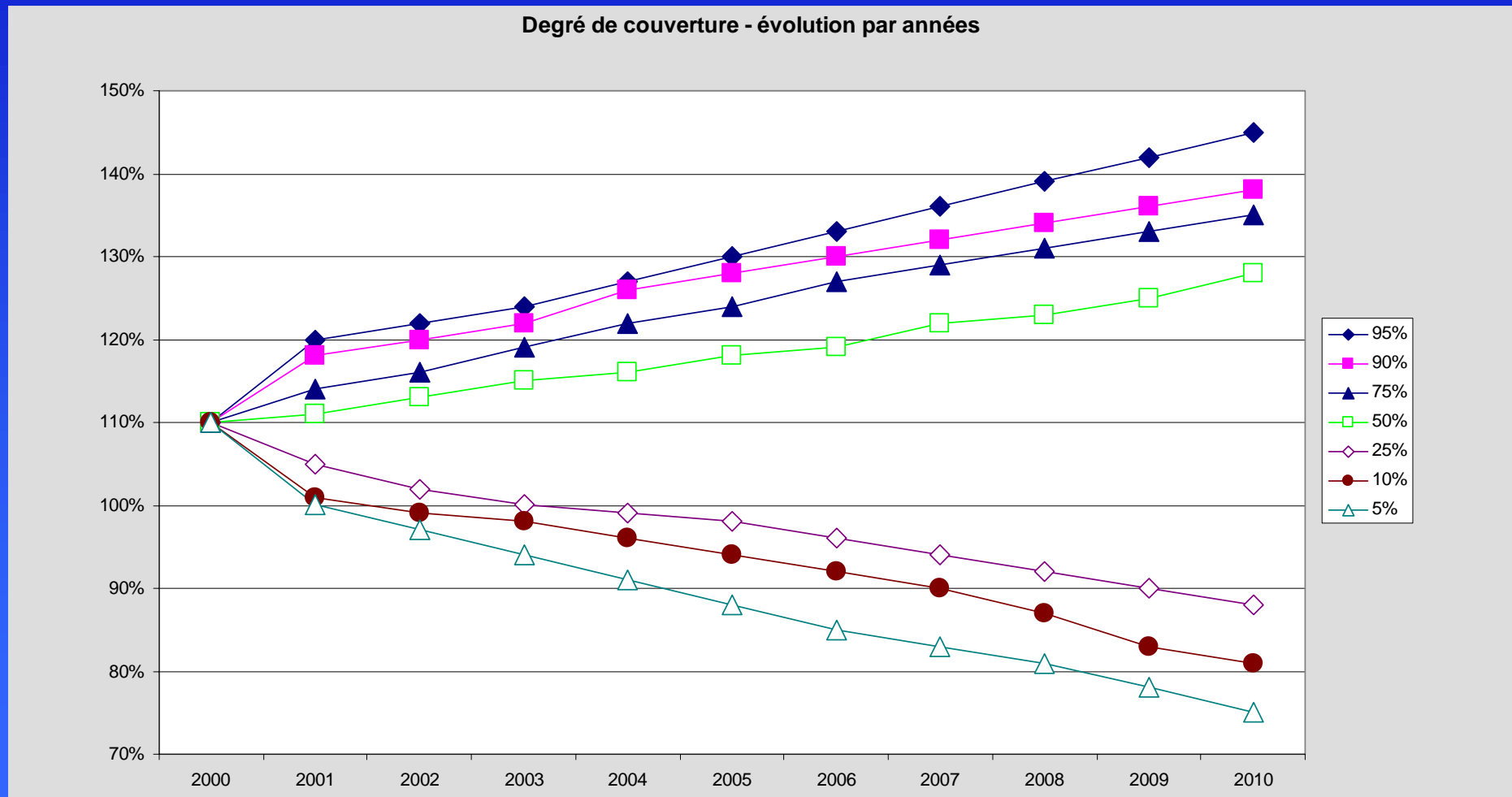
- Déroulement de la projection chaque fois que l'on souhaite modifier un paramètre
- Plusieurs paramètres = dérouler la projection en n'en modifiant qu'un seul à la fois
- Comparer les variations
- Analyse de sensibilité



Modèle stochastique

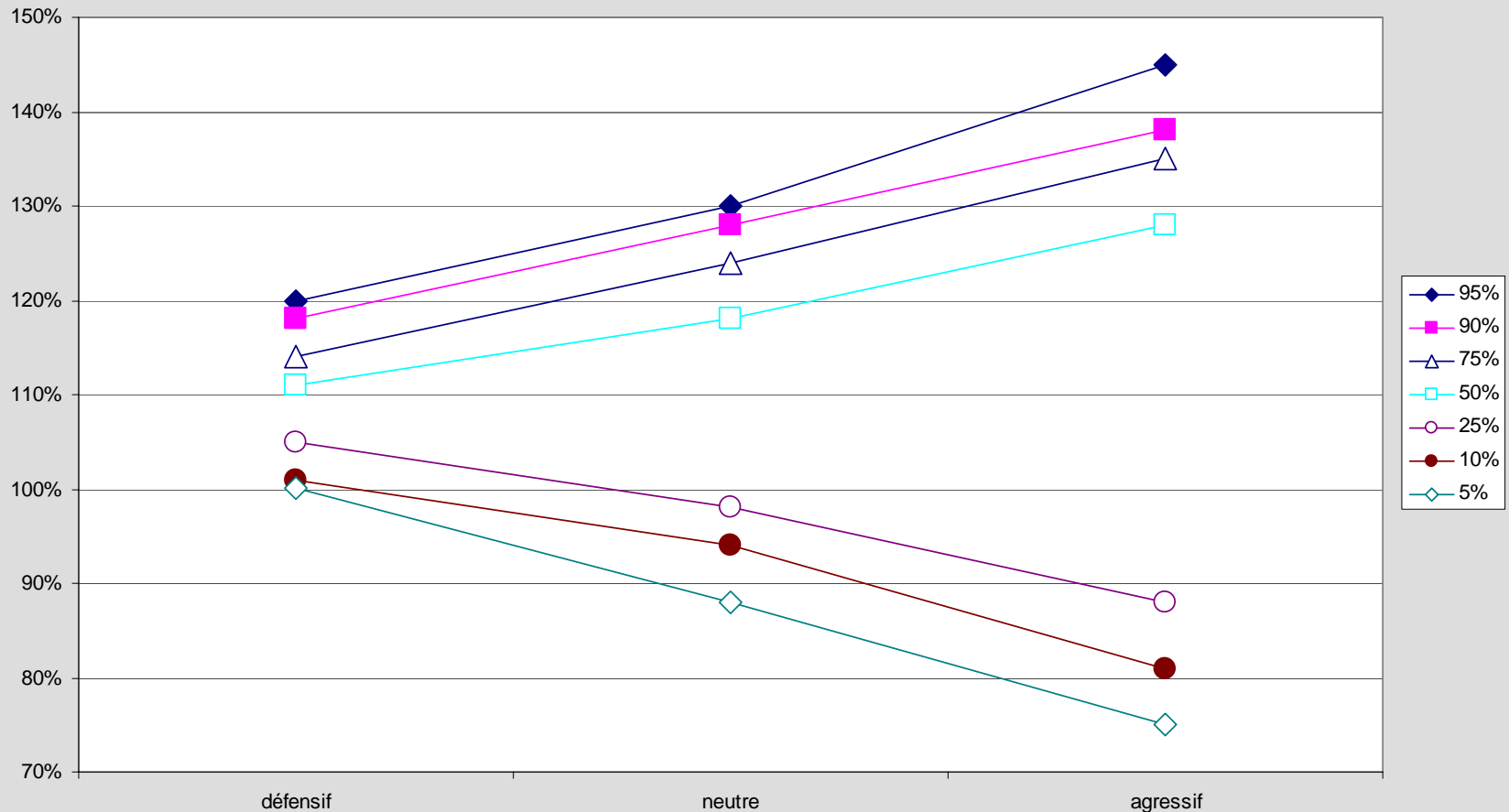
- Simulation par la méthode de Monte-Carlo
 - Chaque paramètre a une espérance et un écart-type
 - Loi de probabilité Normale, LogNormale ou selon la distribution attendue du paramètre
 - Génération des réalisations de ces paramètres par des nombres pseudo-aléatoires
 - Généré au début de la projection ou chaque année (processus stochastique)
 - On peut compliquer avec des corrélations entre paramètres et dans le cas d'un processus, des corrélations annuelles

Etant donné une stratégie de placement et un taux de cotisation, quel sera le taux de couverture et avec quelle probabilité pour les années futures?



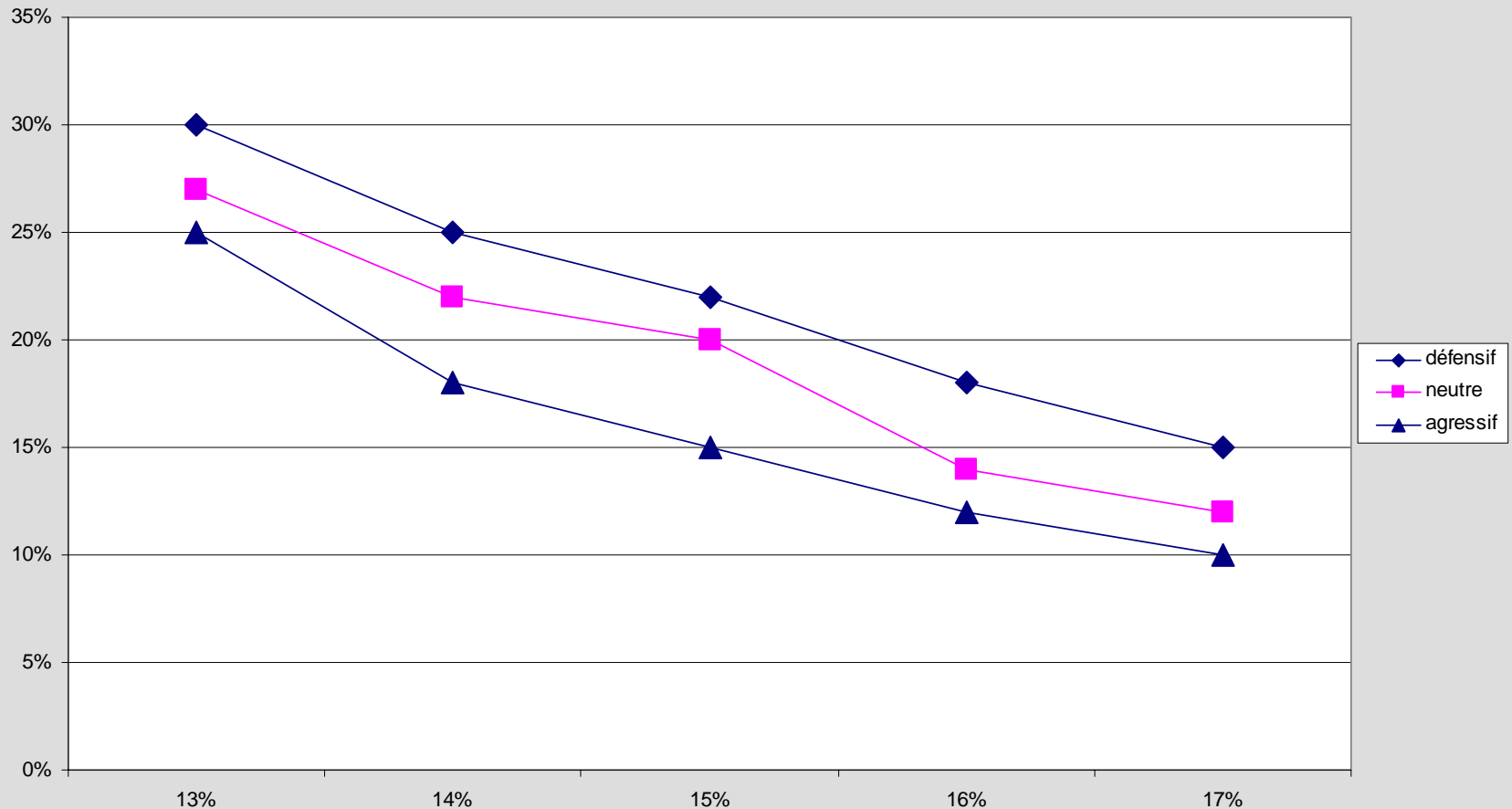
Etant donné un taux de cotisation, quel sera dans 10 ans le taux de couverture et avec quelle probabilité pour différentes stratégies de placement?

Degré de couverture en 2010 par stratégies de placements



Etant donné plusieurs taux de cotisations et plusieurs stratégies de placement, quelle sera dans 10 ans la probabilité de sous-financement?

Probabilité de sous-financement en 2010 par taux de cotisations





Limites du modèle stochastique

- Hypothèses concernant la distribution des paramètres
- Estimation des paramètres et des écarts-types, qualité et objectivité de ceux-ci
- Modélisation = compromis entre simplicité et exhaustivité
- Gourmand en calculs



Conclusion

- Peu de littérature pour les modèles ALM
- Les études ALM vont se développer avec la révision de l'OPP2

Aide à la décision !